Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE DIRECT®
Psychologie française 49 (2004) 321–336
Psychologie française
www.elsevier.com/locate/

Analyse de la littérature

Compétences exceptionnelles en mathématiques

Exceptional abilities in mathematics

V. Camos

Laboratoire Cognition et Développement, Institut de Psychologie, université René-Descartes, Paris-V, 71, avenue Édouard-Vaillant, 92774 Boulogne-Billancourt cedex, France

Reçu le 7 janvier 2004 ; reçu en forme révisée le 19 mars 2004 ; accepté le 30 avril 2004

Résumé

Certains individus présentent des compétences exceptionnelles en mathématiques, qui leur permettent soit d'effectuer rapidement des calculs mentaux soit de comprendre les problèmes, les symboles et les méthodes utilisées en mathématiques, de les combiner avec d'autres problèmes, et de les réutiliser dans des tâches similaires. Ainsi, on distingue d'une part les calculateurs prodiges et d'autre part les enfants à haut potentiel en mathématiques. Cette revue de la littérature permet de faire le point sur les recherches menées sur ces compétences afin de dégager les caractéristiques communes à ces individus, et les méthodes pédagogiques qui seraient le plus profitable aux enfants précoces. Ainsi, cet article présentera les débats toujours actuels sur le fonctionnement et le développement cognitifs de ces individus.

Abstract

Some individuals have exceptional abilities in mathematics. They can either do fast calculations or understand problems, symbols and methods specifically used in mathematics, use them with other symbols and methods to solve other types of problems. Thus, great calculators and children gifted in mathematics are distinguished. This review of the literature presents studies about these abilities to expose the regular characteristics of these individuals, and the educational system that would be the more efficient for gifted children. Thus, this article would present the debates about the cognitive functioning and development of these individuals.

Adresse e-mail : valerie.camos@univ-paris5.fr (V. Camos).

0033-2984/$ - see front matter © 2004 Société française de psychologie. Publié par Elsevier SAS. Tous droits réservés.
doi:10.1016/j.psfr.2004.04.005

Mots-clés : Mathématiques ; Haut potentiel ; Calculateurs prodiges ; Avance développementale ; Système éducatif

Keywords: Mathematics; High ability; Great calculators; Developmental advance; Educational system

Parmi les individus à haut potentiel intellectuel, certains présentent un talent particulier dans un domaine spécifique. Ainsi, des individus font preuve de capacités hors du commun pour manipuler les informations numériques et comprendre les raisonnements sous-tendant toute activité mathématique. Parmi eux, on peut distinguer deux catégories : les calculateurs prodiges et les enfants à haut potentiel en mathématiques. Dans une première partie, nous explorerons les études portant sur des cas célèbres, ainsi que les caractéristiques qui semblent être communes à ces calculateurs prodiges. Ensuite, nous essayerons de dégager les compétences spécifiques de ces individus et ce qui pourrait expliquer leurs capacités supérieures en calcul à travers l'étude d'un cas particulier. Dans une seconde partie, nous nous intéresserons aux enfants présentant des compétences précoces en mathématiques, tant du point de vue de la psychologie et de leur mode de fonctionnement que du point de vue de l'éducation et des méthodes d'enseignement qui leur sont les plus profitables.

1. Les calculateurs prodiges

Les calculateurs prodiges sont des individus capables de résoudre mentalement des calculs complexes qui habituellement ne peuvent être résolus sans papier ni crayon par la plupart des êtres humains. Par exemple, ils effectuent des multiplications de nombres à cinq chiffres et plus, calculent des racines ou décomposent en carrés des grands nombres, retrouvent le jour correspondant à une date lointaine du calendrier. On trouve des calculateurs prodiges aussi bien parmi les grands mathématiciens (cf la collaboration entre G.H. Hardy et S. Ramanujan ; Albert, 1998) que chez des individus présentant un retard mental.

1.1. Biographies de calculateurs prodiges

La plupart des travaux portant sur les calculateurs prodiges sont essentiellement biographiques. On décrit pour chaque cas les circonstances qui ont conduit à dévoiler leurs exceptionnelles capacités. On retrace, au travers de leur récit et de celui de leur famille, les évènements qui semblent expliquer le développement de telles capacités. Enfin, on donne des exemples, les plus impressionnants, des calculs réalisés par ces prodiges. L'un des plus grands travaux biographiques portant sur les calculateurs prodiges a été effectué par Steven Smith dans son livre « The Great Mental Calculators » publié en 1983. Pour ce livre, l'auteur a mené une recherche historique très poussée s'étendant du XVIII^{e} au XX^{e} siècle. Ainsi, Smith a pu décrire de façon extensive 20 cas de calculateurs prodiges auxquels s'ajoutent 21 autres cas pour lesquels les informations rapportées sont plus lacunaires. À l'ampleur remarquable de ce travail, Smith a su apporter une réflexion théorique. En effet, à partir des descriptions qu'il a faites, Smith a développé une théorie sur les mécanismes permettant l'apparition des capacités exceptionnelles de calcul mental. Selon lui, les capacités calculatoires des prodiges seraient fondées sur la même faculté que celle sous-tendant le langage (Smith, 1988). Il en veut pour preuve la logique. La logique est l'outil de la pensée mathématique, et elle trouve clairement sa source dans le langage. Ainsi, les opérateurs logiques comme « et », « ou », « si...alors », « si et seulement si » sont tous empruntés au langage. De plus, au niveau de l'activité cérébrale, il y a une nette prévalence de l'hémisphère gauche chez les calculateurs prodiges et c'est dans cet hémisphère que l'on trouve les réseaux neuronaux sous-tendant les activités langagières (Smith, 1988). Par conséquent, pour Smith, un enfant capable de langage précocement serait un calculateur prodige potentiel. Cependant, aucune étude développementale ne vient étayer la théorie de Smith sur cette faculté, commune aux mathématiques et au langage, qui serait à l'origine des capacités calculatoires des prodiges. Néanmoins, c'est à partir des descriptions de cas faites par Smith qu'une classification des calculateurs a pu être établie. De même, un ensemble de caractéristiques communes à ces individus a pu être répertorié.

1.2. Deux catégories de calculateurs prodiges

Parmi ces calculateurs prodiges, deux types de fonctionnement semblent se distinguer selon la manière dont les individus imaginent les nombres au cours des calculs. Certains semblent « entendre » les nombres alors que d'autres les « voient ». En d'autres mots, certains ont un usage préférentiel des codes verbaux et d'autres des codes imagés.

Tout d'abord, il existe des calculateurs prodiges dits « auditifs ». Lors de leurs calculs, ces calculateurs verbalisent les différentes étapes de résolution, verbalisations qui s'accompagnent d'activités motrices exagérées, telles que le balancement de la tête, du corps ou des jambes, des mouvements des mains et des doigts, ou des tics nerveux. Pour cette raison, ces calculateurs auditifs ont parfois été nommés « auditif-moteur » ou « acoustique-rythmique-moteur ». La production excessive d'activités motrices lors de la résolution des calculs, plus particulièrement pendant l'enfance, marque une tendance plus générale des calculateurs auditifs à l'hyperactivité. Par ailleurs, les recherches menées a posteriori sur l'enfance de ces calculateurs montrent qu'ils ont le plus souvent appris à calculer avant même de savoir écrire les nombres. Enfin, lors de la résolution de multiplications de grands nombres, ils utilisent une méthode particulière qui consiste à effectuer les calculs de gauche à droite (Fig. 1).

Contrairement aux calculateurs auditifs, les calculateurs dits « visuels » ont un comportement plutôt placide lors de la résolution des calculs. Ils ne verbalisent pas et produisent très peu de mouvements. En fait, ils visualisent les calculs. Ils racontent qu'ils « voient » littéralement les calculs s'inscrire sur une sorte de tableau ou sur une page. Parmi les calculateurs visuels, certains voient les nombres écrits avec leur propre écriture et ceci quel que soit le mode de présentation des opérations à effectuer (voir par exemple le cas de Salo Finkelstein décrit par Bousfield et Barry en 1933). Les autres voient les nombres tels qu'ils leur ont été présentés. Contrairement aux calculateurs auditifs, ils ont appris à calculer après l'acquisition de l'écriture des nombres. Les prodiges visuels sont donc moins précoces que les auditifs. Parfois même, les prodiges visuels ne sont capables d'effectuer des calculs complexes qu'après l'âge de 20 ans. Enfin, ils n'utilisent pas la même méthode de calculs, préférant la méthode des multiplications croisées (« cross-multiplications » ; Fig. 2).

Enfin, à côté de ces deux types de calculateurs, il existe des calculateurs qui ne sont ni auditifs ni visuels. Par exemple, Louis Fleuret (décrit par Tocquet en 1957), un calculateur

400 x 200 = 80000

70 x 200 = 14000

somme = 94000

9 x 200 = 1800

somme =95800

400 x 70 = 28000

somme = 123800

70 x 70= 4900

somme = 128700

9 x 70 = 630

somme = 129330

400 x 6 = 2400

somme = 131730

70 x 6 = 420

somme = 132150

9 x 6 = 54

somme = 132204 = résultat final

Fig. 1. Multiplication de 479 par 276 par la méthode de gauche à droite utilisée par les calculateurs auditifs.

79 x 76 = 6004

retenue = 60 maintenu en mémoire : 04

79 x 2 = 158

somme = 218

4 x 76 = 304

somme = 522

retenue = 5 maintenu en mémoire : 2204

4 x 2 = 8

somme = 13

résultat final = 132204

Fig. 2. Multiplication de 479 par 276 par la méthode des multiplications croisées utilisées par les calculateurs visuels.

prodige aveugle, n'utilisait ni les informations verbales ni les informations visuelles pour résoudre les calculs mais se fondait sur des informations tactiles. Ce calculateur bougeait ses doigts sur des cubarithms[1] imaginaires.

1.3. Des caractéristiques communes

Comme nous l'avons vu pour les travaux de Smith, les informations sur le développement des capacités de calcul proviennent principalement des récits faits par les calculateurs ou leurs proches. Bien que l'on puisse distinguer deux types principaux de calculateurs, l'étude comparée des différentes biographies de prodiges fait cependant apparaître un certain nombre de caractéristiques communes.

Tout d'abord, lorsque ces informations étaient disponibles, aucun lien particulier n'a été mis en évidence entre les capacités de ces individus et les mesures d'intelligence générale. L'hérédité n'explique pas non plus leurs capacités, ces calculateurs prodiges étant souvent les seuls de leur famille à présenter ces habiletés arithmétiques. Toutefois, les familles des calculateurs prodiges soutiennent et encouragent ces activités de calcul mental. Cela amène donc assez vite ces individus à avoir une pratique compulsive du calcul. Cette pratique du calcul mental trouve généralement sa source dans le comptage. En effet, de nombreux calculateurs prodiges racontent que c'est en cherchant des méthodes de comptage plus rapides qu'ils ont développé leur capacité de calcul mental. Par exemple, Arthur Griffith (décrit par Bryan et Lindley en 1941) cherchait à compter le nombre de grains de maïs nécessaire pour nourrir les poulets. La recherche de méthodes de comptage plus efficaces va amener ces individus à abandonner le comptage un par un pour développer le comptage par multiple ou comptage n par n (comptage 2 par 2, 3 par 3, etc.). Le comptage va également leur faire découvrir la multiplication, par exemple en organisant en lignes et en colonnes les objets à compter. La pratique du comptage va donc développer leur capacité de calcul mental. On remarque également que ce sont des individus qui ont un tempérament plutôt solitaire. Leur grande habileté en calcul n'est cependant pas associée à des performances exceptionnelles en arithmétique. Aux tests d'arithmétique, ils obtiennent seulement d'assez bons résultats. Toutefois, leur intérêt se porte surtout sur l'arithmétique des entiers. Il faut noter que les calculateurs auditifs présentent même une aversion pour la géométrie. Enfin, les calculateurs prodiges sont plus fréquemment des hommes que des femmes. Cependant, Smith (1983) fait remarquer que cette différence peut résulter du fait que les cas de calculateurs femmes seraient moins souvent décrits, que leurs opportunités pour développer leur talent seraient plus faibles et qu'elles recevraient moins d'encouragements pour ce genre d'activités que les hommes.

Au-delà de ces caractéristiques communes, on peut s'interroger sur la nature des processus cognitifs qui sont à l'origine des exceptionnelles capacités calculatoires de ces individus. Les calculateurs prodiges font en effet preuve de compétences spécifiques bien supérieures à la norme.

[1] Les cubarithms sont des dispositifs faits de rangées de cubes permettant le comptage et utilisés par les aveugles.

1.4. Les compétences spécifiques des calculateurs prodiges

Les calculateurs prodiges semblent se distinguer dans quatre compétences (Smith, 1988). Tout d'abord, ils ont une bonne connaissance des opérations arithmétiques élémentaires, de leurs propriétés et des règles de décomposition-recomposition. Il faut toutefois noter que ces connaissances conceptuelles ne sont pas absolument nécessaires pour acquérir de grandes capacités de calcul mental. En effet, dans les cas d'« idiots savants » (cf. 1.6), certains patients autistes sont capables de « calcul de calendrier »[2] sans pouvoir effectuer de simples opérations (Hurst & Mulhall, 1988). Les calculateurs prodiges connaissent également très bien les algorithmes complexes utilisant les opérations élémentaires. Comme ils ont une pratique intensive du calcul, ils ont ainsi pu automatiser le déroulement de ces algorithmes qui deviennent donc très rapides à mettre en œuvre et très sûrs. De plus, les prodiges ont mémorisé de nombreux faits arithmétiques, comme les carrés, les cubes, les racines-carrées, les produits de nombres à plusieurs chiffres. Ils connaissent souvent la liste des nombres premiers ainsi que leurs propriétés. Toutes ces connaissances déclaratives leur permettent de récupérer directement en mémoire à long terme le résultat d'opérations qui habituellement demandent des calculs complexes. Enfin, ils possèdent des capacités en mémoire de travail supérieures à la moyenne. Il a été suggéré que cela serait dû à leur capacité à former des chunks plus grands ce qui leur permettrait de stocker plus d'informations. Pour certains auteurs, ces capacités en mémoire de travail constituent le fondement de leurs habiletés en calcul (Barlow, 1952).

Ces quatre grandes compétences peuvent toutes expliquer la supériorité en calcul mental dont font preuve les prodiges. Cependant, elles n'ont été que très rarement testées de manière systématique, puisque, comme nous l'avons déjà fait remarquer, la grande majorité des études concernant les calculateurs prodiges proviennent de recherches biographiques qui ne peuvent fournir que des informations vagues. Cependant, un cas de calculateur prodige, Rüdiger Gamm, a fait l'objet récemment de plusieurs études fondées sur les modèles actuels de la cognition arithmétique et ceux du fonctionnement cognitif expert, afin de dégager ce qui serait à l'origine de la spécificité de cet individu (Pesenti et al., 1999, 2001 ; Zago et al., 2001).

1.5. Un cas particulier : Rüdiger Gamm

Rüdiger Gamm est un garçon allemand né en 1971. Il est l'enfant unique d'une famille de la classe moyenne. Ses capacités calculatoires exceptionnelles n'étant apparues que vers l'âge de 20 ans, aucune information n'est connue sur ses compétences en mathématiques durant l'enfance et l'adolescence, à l'exception de ses propres récits. Rüdiger Gamm dit avoir toujours eu une bonne mémoire pour les nombres et avoir toujours aimé apprendre des dates historiques. Cependant, il se voit comme un élève moyen et même « pas très bon » en mathématiques. Il n'aimait pas les mathématiques en primaire et en secondaire car il ne comprenait pas bien les concepts enseignés. Vers l'âge de 20 ans, il trouve la description d'un algorithme permettant les calculs de calendrier et s'amuse à retrouver les jours de plus en plus vite. Pour un jeu télévisé, il s'entraîne encore plus et apprend tous les carrés et cubes

[2] Retrouver le jour correspondant à une date passée ou future du calendrier.

des nombres à deux chiffres. À partir de ce moment, il va s'intéresser aux problèmes arithmétiques et apprendre de plus en plus de faits arithmétiques. Il est actuellement un calculateur prodige « professionnel » apparaissant dans des émissions de télévision ou des spectacles.

Les épreuves portant sur les activités arithmétiques ont montré que Rüdiger Gamm est plus rapide que les sujets témoins aussi bien pour les opérations basiques de multiplication et de comparaisons de nombres que pour les opérations complexes de multiplications de nombres à plusieurs chiffres (de 2 à 4 chiffres). Cependant, pour les opérations élémentaires, son pattern de résultats ne diffère que peu de celui des sujets témoins. De plus, Rüdiger Gamm a stocké en mémoire les nombres à deux et trois chiffres élevés à la puissance 2, 3, 4 et 5. Il met en moyenne 710 ms pour élever de tels nombres au carré et 1120 ms pour la puissance 5. Ces connaissances stockées en mémoire lui permettent également de reconnaître des nombres à plusieurs chiffres comme le résultat de plus petits nombres élevés à la puissance.

Enfin, les différentes mesures comportementales portant sur les capacités mémorielles de Rüdiger Gamm ont montré qu'il a un empan mémoriel élevé pour les chiffres, qu'ils soient présentés visuellement (11 en avant[3] et 12 en arrière[4]) ou auditivement (10 en avant et 9 en arrière). En revanche, son empan pour les lettres ne diffère pas de celui des sujets témoins (6 lettres en avant et en arrière), non plus que son empan pour les informations visuospatiales. De même, il ne présente pas de différence ni dans les tâches de la mémoire de travail alliant traitement et stockage des informations ni au niveau de la vitesse de traitement de l'information.

Pour conclure, les capacités extraordinaires de Rüdiger Gamm proviendraient de son utilisation des récupérations directes d'informations en mémoire à long-terme et de la grande efficacité de l'encodage de ces informations. Cette interprétation est confirmée par les patterns d'activation des aires cérébrales. On note ainsi que, lors de la résolution de calculs, les aires préfrontale droite et temporale médiane sont fortement activées. Ces aires sont habituellement associées à l'utilisation des connaissances épisodiques. Cela conduit donc les auteurs à suggérer que Rüdiger Gamm, contrairement à un calculateur moyen, utiliserait des connaissances liées à son vécu personnel pour résoudre les calculs. Cette médiation par les connaissances épisodiques est typique du fonctionnement cognitif expert tel que décrit par le modèle de mémoire de travail à long-terme d'Ericsson et Kinstch 1995 ; (voir également Jensen, 1988; Staszewski, 1988). Cependant, rien dans le comportement de Rüdiger Gamm, ni dans ses récits ne laisse transparaître une telle utilisation des connaissances épisodiques. Quand il ne s'entraîne pas, les nombres ne s'insinuent pas dans sa vie sociale. Par exemple, Rüdiger Gamm ne compte pas spontanément les objets de son environnement (comme les marches d'escalier), et il n'extrait que rarement les racines de nombres environnants (comme les codes postaux ou les numéros de voitures).

[3] Le sujet doit rappeler une liste de chiffres dans l'ordre dans lequel ils lui ont été donnés. Les sujets témoins obtiennent une moyenne de 7,2 chiffres (écart-type de 0,8) en visuel et 7,8 chiffres (écart-type de 1,1) en auditif.

[4] Le sujet doit rappeler une liste de chiffres dans l'ordre inverse de celui dans lequel ils lui ont été donnés c'est-à-dire en commençant par le dernier cité. Les sujets contrôles obtiennent une moyenne de 5,8 chiffres (écart-type de 0,8) en visuel et 6 chiffres (écart-type de 1,2) en auditif.

1.6. Les « idiots savants »

Concernant les calculateurs prodiges, on peut enfin noter les cas spécifiques de ce que l'on nomme les « idiots savants ». Ces individus présentent soit un déficit intellectuel plus ou moins marqué, soit ont subi une atteinte cérébrale d'origine accidentelle ou après un accident vasculaire cérébral. Bien que certaines de leurs facultés intellectuelles soient diminuées, ils sont capables de réaliser des calculs mentaux complexes. Par exemple, des enfants présentant un retard mental peuvent générer des nombres premiers (Sacks, 1985). Deux interprétations sont actuellement émises pour rendre compte de ces capacités arithmétiques (Matthysse & Greenberg, 1988). Tout d'abord, une interprétation purement génétique attribue leur grande capacité à une organisation cérébrale particulière découlant soit d'une maladie génétique soit d'une restructuration après un accident. La seconde interprétation porte sur la sélection des activités. L'atteinte cérébrale, quelle que soit son origine, aurait pour principale conséquence de réduire l'éventail des activités accessibles. Les activités qui peuvent être conduites seraient donc surinvesties. Les individus leur consacrent beaucoup de temps et augmentent donc leurs performances du fait de cette pratique intensive.

Pour conclure, les cas de calculateurs prodiges sont actuellement de mieux en mieux connus et quelques explications ont été apportées sur les mécanismes en œuvre lors de la résolution de calculs par ces individus. Cependant, rien ne nous permet de savoir précisément quelle est l'origine de ces capacités exceptionnelles de calcul mental. Ce problème du développement des compétences en mathématiques va également se poser pour une autre population, celles des enfants à haut potentiel en mathématiques, qui présente elle aussi des performances bien supérieures à la moyenne dans ce domaine.

2. Les enfants présentant un haut potentiel en mathématiques

Les hauts potentiels en mathématiques dont font preuve ces enfants sont différents de ceux des calculateurs prodiges. Leur grande habileté en mathématiques réside en effet dans la capacité à comprendre les problèmes, les symboles et les méthodes utilisées en mathématiques, à pouvoir les apprendre, les retenir en mémoire, et les reproduire, à les combiner avec d'autres problèmes, symboles et méthodes, et à les réutiliser dans des tâches similaires (Werderlin, 1958), et pas simplement à effectuer rapidement des calculs mentaux. Cependant, comme pour les calculateurs prodiges, certains enfants à haut potentiel, mais pas tous, ont pu en grandissant faire des contributions notables aux mathématiques (Terman, 1954), alors que des mathématiciens reconnus pour leurs contributions n'étaient pas considérés comme prodiges lorsqu'ils étaient enfants (Siegler & Kotovsky, 1986).

2.1. Caractéristiques des enfants à haut potentiel en mathématiques

Krutetskii (1976) a mené une analyse qualitative des processus utilisés par des élèves précoces en mathématiques afin de résoudre divers problèmes nouveaux pour eux. Le talent mathématique se définit, selon lui, par des processus cognitifs qui sont qualitativement différents chez les élèves précoces en mathématiques. Ainsi, il énonce un ensemble de caractéristiques qui formeraient le « talent mathématique » : e.g., pensée logique, capacité de généralisation rapide, réversibilité du raisonnement mathématique, flexibilité de la pensée. Il identifie également une catégorie de pensée dite mathématique dans laquelle les individus voient le monde au travers des « yeux mathématiques », tout ce qui les entoure devenant mathématique ou étant « mathématisable ». Enfin, selon Krutetskii (1976), la vitesse de traitement de l'information, les capacités de calcul, les capacités spatiales, les capacités de mémorisation des nombres, symboles ou formules ne sont pas les caractéristiques les plus importantes dans le talent mathématique. Cependant, on ne peut pas nier que certains élèves sont capables de résoudre plus rapidement et plus efficacement les problèmes, ce qui doit leur permettre de mieux internaliser les concepts mathématiques (Wieczerkowski et al., 2000).

Parmi ces enfants à haut potentiel sur le plan des mathématiques, on distingue trois grands types d'enfants : les analytiques, les géométriques et les harmoniques (Krutetskii, 1976). Les enfants dits analytiques préfèrent le code verbal-logique, alors que les enfants dits géométriques utilisent le code visuo-imagé. Les enfants dits harmoniques ne présentent aucune préférence, et utilisent de façon aisée les deux codes. On peut également classer les enfants selon qu'ils sont « résolveurs de problèmes » ou « chercheurs » (Burjan, 1991). Les enfants « résolveurs de problèmes » ont de forts taux de réussite dans la résolution de problèmes, standards ou non ; ils sont très performants dans les tâches en temps limité comme par exemple lors d'olympiades mathématiques, et leur principal intérêt se porte sur la recherche de solutions à des problèmes posés par d'autres. Les enfants de type « chercheur » préfèrent les problèmes demandant des démonstrations longues ; ils ont des difficultés à travailler en temps limité ; et leur principal intérêt est de répondre à des problèmes qu'ils se posent eux-mêmes, d'inventer leurs propres méthodes de résolution.

Mais au-delà de ces différences, on peut dégager un ensemble de caractéristiques communes à ces enfants. Tout d'abord, les enfants à haut potentiel en mathématiques présentent des scores élevés aux tests de raisonnement non-verbal et verbal et de raisonnement abstrait ainsi qu'aux tests d'habiletés spatiales (Benbow et al., 1983). Tout comme pour les calculateurs prodiges, aucun lien n'a pu être mis en évidence entre leurs grandes compétences mathématiques et les mesures d'intelligence générale (Benbow, 1988). Certains styles cognitifs sont cependant liés avec le talent mathématique. Vaidya et Chansky (1980) ont montré qu'il existait une relation positive entre l'indépendance à l'égard du champ et le niveau de performance en mathématiques chez des élèves de 2^{e}, 3^{e} et 4^{e} années d'école primaire. De plus, cette population est majoritairement masculine (Benbow & Stanley, 1983), avec une forte occurrence de myopie, principalement de myopie précoce (Benbow, 1986). Enfin, la proportion de gauchers et d'ambidextres est plus importante que dans la population générale (Benbow, 1986). Selon Benbow, cette caractéristique amène à penser que ces enfants auraient reçu un taux plus important de testostérone durant la période fœtale. Un taux plus élevé de testostérone aurait pour conséquence un développement plus symétrique des deux hémisphères cérébraux et donc permettrait la construction de représentations bilatérales (Benbow, 1986).

2.2. Les apports de la recherche en psychologie

D'un point de vue cognitif, les enfants à haut potentiel diffèrent sur trois principales dimensions par rapport à leurs pairs (Sternberg & Davidson, 1986). Tout d'abord, les enfants à haut potentiel traitent habituellement l'information plus vite que leurs pairs de niveau moyen. Ils récupèrent également plus vite les informations stockées en mémoire à long terme. En fait, à la fin de l'école élémentaire la plupart des enfants à haut potentiel traitent l'information aussi vite que des adultes d'habileté moyenne (Keating & Bobbitt, 1978). Ensuite, les enfants à haut potentiel commencent à utiliser des stratégies de résolution similaires à celles des adultes plusieurs années avant leurs pairs, bien qu'il n'y ait pas de différence qualitative dans les stratégies utilisées par les enfants à haut potentiel et leurs pairs mais seulement une différence développementale (Siegler & Kotovsky, 1986). Par exemple, un enfant à haut potentiel de huit ans avec un QI de 150 utilise des stratégies habituellement utilisées par des enfants de QI moyen de 12 ans. Cette différence développementale est due en fait à ce que les enfants à haut potentiel apprennent plus vite que les autres et qu'ils sont plus capables de mettre ensemble des informations qui sembleraient disparates afin de construire des nouvelles stratégies à un âge plus jeune que leurs pairs (Sternberg & Davidson, 1986). Enfin, les enfants à haut potentiel ont une meilleure compréhension conceptuelle des mathématiques. Plus généralement, on peut conclure que les enfants à haut potentiel ne sont pas qualitativement différents de leurs pairs mais qu'ils développent les mêmes habiletés mathématiques à un rythme plus rapide (Geary & Brown, 1991; Lubinsky & Humphreys, 1992). Cependant, les recherches menées principalement par Benbow dans le cadre du programme SMPY *(Study of Mathematically Precocious Youth)* conduisent à des conclusions bien différentes.

Dans une série d'études comparant des adolescents à haut potentiel en mathématiques et des adolescents du même âge à haut potentiel en langage[5], Dark et Benbow (1990, 1991) essaient de déterminer si ces deux groupes diffèrent dans les habiletés nécessaires à la résolution de problèmes algébriques (e.g., la compréhension du problème, la traduction du problème en équation) et dans les capacités cognitives associées à cette tâche (e.g., la capacité à maintenir et manipuler en mémoire de travail des informations spatiales ou numériques). Les adolescents à haut potentiel en mathématiques avaient de meilleures performances dans la traduction des problèmes en équations. Ils avaient également une plus grande capacité en mémoire de travail pour les informations spatiales et numériques. En revanche, ils ne différaient pas des adolescents à haut potentiel en langage dans la compréhension du problème qui était évaluée par la rédaction d'un texte à partir d'une équation. Les adolescents à haut potentiel en langage étaient eux plus habiles dans le maintien de mots en mémoire. Enfin, on peut également noter des différences entre les filles et les garçons dans le groupe des adolescents à haut potentiel en mathématiques (voir également Benbow et al., 2000; Robinson et al., 1996). Les garçons avaient systématiquement de meilleures performances que les filles. Par exemple, ils avaient des empans en mémoire de travail pour les informations spatiales supérieurs à ceux des filles. Dans une autre série d'études, Benbow et al. ont examiné les corrélats entre un haut potentiel en

[5] Dans l'étude de Dark et Benbow (1990), les adolescents précoces en mathématiques avaient un score moyen de 651 (656) au SAT–M et 452 (408) au SAT-V. Les adolescents précoces en langage obtenaient en moyenne 499 (453) au SAT-M et 553 (536) au SAT-V. Entre parenthèses, nous avons indiqué les scores de l'étude Dark et Benbow (1991). De tels scores placent ces adolescents dans le 1 % supérieur de la population de leur âge sur le domaine évalué. Le SAT ou Scholastic Aptitude Test est un test standardisé d'aptitude scolaire requis pour postuler à l'admission dans les universités américaines. On distingue le SAT-M, partie mathématique du SAT et le SAT-V, partie verbale du SAT.

mathématiques et des mesures au niveau physiologique et neuropsychologique (Benbow, 1986 ; O'Boyle et al., 1991 ; O'Boyle & Benbow, 1990 ; O'Boyle & Hellige, 1989). Ils ont montré que les adolescents à haut potentiel en mathématiques utilisaient plus leur hémisphère droit lors du traitement d'informations verbales et visuelles que ne le faisaient leurs pairs d'habileté moyenne. De plus, une corrélation (modérée) existe entre l'activation de l'hémisphère droit lors d'une tâche visuelle et le score global au SAT. Plus l'hémisphère droit est activé, plus le score au SAT est élevé.

L'ensemble de ces données pourrait amener à conclure que les adolescents à haut potentiel en mathématiques présentent des différences qualitatives aussi bien au niveau de leurs performances aux tâches qu'à celui de l'activation des aires cérébrales. Toutefois, il faut remarquer que, dans toutes ces recherches, Benbow étudie des adolescents présentant des scores très élevés au SAT et se trouvant donc à l'extrême de la population à haut potentiel en mathématiques. Ces résultats ne sont donc peut être pas applicables à l'ensemble de la population à haut potentiel en mathématiques. Par exemple, Lubinsky et Humphreys (1990, 1992) ne retrouvent pas les résultats de Benbow ni sur les performances dans les tâches cognitives ni sur les patterns d'activation cérébrale. Au contraire, leurs résultats amènent à penser que les individus à haut potentiel en mathématiques ne diffèrent pas qualitativement de l'ensemble des individus mais qu'ils sont simplement en avance du point de vue développemental. Les structures cognitives seraient les mêmes chez des enfants avec ou sans haut potentiel en mathématiques, mais elles fonctionneraient de façon plus efficace chez les premiers (Geary, 1994). De façon similaire, Shavinina (1999) propose qu'un haut potentiel, en général et pas exclusivement en mathématiques, serait le résultat d'un développement mental accéléré lors de périodes sensibles, ce qui conduirait à un accroissement rapide des ressources cognitives de l'enfant.

Pour conclure, le débat relatif à la spécificité des enfants à haut potentiel en mathématiques reste ouvert. Ces enfants diffèrent-ils qualitativement des autres ou présentent-ils une avance du point de vue développemental ? Enfin, on remarquera que les recherches en psychologie sur ce sujet portent presque exclusivement sur l'étude des différences individuelles entre les enfants à haut potentiel en mathématiques et d'autres groupes d'enfants, tels les enfants de même âge chez qui un haut potentiel n'a pas été détecté, ou les enfants à haut potentiel dans un autre domaine. Le vaste programme SMPY a pu, grâce à un suivi longitudinal, étudier les conséquences du fait d'avoir un haut potentiel en mathématiques (cf. l'article de J. Lautrey). Cependant, comme le fait également remarquer Benbow (1988), aucune étude ne permet de savoir comment ces enfants ont développé de telles compétences en mathématiques.

2.3. Les apports de la recherche en éducation

Dans cette dernière partie, nous nous intéresserons aux hauts potentiels en mathématiques du point de vue de l'éducation, afin de définir les systèmes éducatifs qui sont les plus profitables au développement des compétences en mathématiques et d'exposer les différents types de prise en charge éducative des enfants à haut potentiel.

Tout d'abord, il est intéressant d'étudier les autres systèmes éducatifs afin de déterminer les modes d'enseignement qui permettent le meilleur développement des compétences en mathématiques. Les grandes enquêtes internationales en éducation, comme la TIMSS

(Third International Mathematical and Science Study) menée par l'IEA *(International Association for the Evaluation of Educational Achievement)*, concluent à la supériorité des élèves japonais en mathématiques (Mullis et al., 1999). Ce constat a amené les pays d'Europe et d'Amérique du Nord à s'interroger sur les causes d'une telle différence de performance entre leurs élèves et les élèves japonais. L'analyse comparée de l'enseignement des mathématiques dans ces différents pays fait ressortir deux modèles d'enseignement. Au Japon, les élèves sont incités à rechercher une solution personnelle aux problèmes arithmétiques donnés en classe. Ensuite, les élèves discutent de la possible application de leur solution à d'autres problèmes. Au contraire, en Europe et en Amérique du Nord, les élèves apprennent des solutions standards (« recettes de cuisine ») qu'ils doivent ensuite mettre en application sur des problèmes similaires. Cette diversité dans les méthodes d'enseignement choisies par les systèmes éducatifs serait une des causes des différences de performances entre les élèves japonais, et les élèves européens et américains. Des différences similaires apparaissent lorsque ces derniers sont comparés à des élèves d'autres pays asiatiques (Stevenson et al., 1993; Stevenson et al., 1990; Stevenson & Stigler, 1992). Stevenson et ses collaborateurs qui travaillent depuis de nombreuses années sur les différences interculturelles dans les performances en mathématiques, ont récemment mené une étude comparant des adolescents américains et chinois supérieurement performants en mathématiques (Stevenson et al., 2000). Leurs conclusions montrent que les élèves chinois, qu'ils appartiennent ou non au groupe « supérieurement performant », ont la même motivation face à leurs études et la même attitude critique face à leurs performances. Au contraire, chez les élèves américains, seuls ceux du groupe « supérieurement performant » font preuve de cette motivation. Ces études interculturelles montrent ainsi, qu'à côté des facteurs cognitifs évoqués précédemment, des facteurs motivationnels ont un impact important sur le développement des compétences mathématiques. Ces études dévoilent également que certains systèmes éducatifs sont plus appropriés au développement des compétences mathématiques.

À partir de cette observation, des programmes d'enseignement ont été conçus spécialement pour les enfants à haut potentiel. Ces programmes d'enseignement peuvent être classés selon deux principales dimensions : le cadre institutionnel de l'enseignement (dans ou hors la classe) et l'approche choisie (accélération ou enrichissement) (Wieczerkowski et al., 2000). On peut également intégrer comme dimension le fait que le type de regroupement des enfants soit effectué selon leur niveau d'habiletés ou selon leurs intérêts. La distinction la plus importante est celle qui existe entre les programmes d'accélération et ceux d'enrichissement. Dans les programmes d'accélération, les enfants font le même programme mais dans un temps plus court soit en « sautant » une classe soit en rentrant dans des classes spéciales qui travaillent à un rythme plus rapide. Dans les programmes d'enrichissement, les enfants sont exposés à un matériel différent de celui du curriculum, par exemple lors de classes d'approfondissement. Le plus souvent, les deux types de programmes sont combinés. Les enfants travaillent sur le curriculum plus vite pour libérer du temps afin de pouvoir faire des activités d'approfondissement. Il est aussi possible que ces activités d'approfondissement soient en fait le programme de la classe supérieure, ce qui revient à faire suivre aux enfants un programme d'accélération. Bien qu'il soit possible de faire suivre aux enfants un programme d'accélération sans enrichissement et inversement, la combinaison des deux types d'enseignement est la formule qui permet d'obtenir les meilleurs résultats (Wieczerkowski et al., 2000). On peut trouver deux grands exemples de ces types d'enseignement : l'un appliqué par le « Center for Talented Youth » (Université John Hopkins) et l'autre par la « William Stern Society for Research on Giftedness » (Université de Hambourg). Tout d'abord, le *Center for Talented Youth* propose des stages intensifs de trois semaines aux élèves ayant obtenu des scores élevés au SAT-M. On évalue également leur niveau de connaissances dans le domaine qui sera l'objet du stage, par exemple l'algèbre. Puis, les élèves seront placés dans un groupe de niveau approprié. La progression dans l'enseignement se fait au rythme des élèves. En d'autres termes, l'enseignement est accéléré par rapport à l'enseignement traditionnel. De plus, les élèves suivent le programme qui correspond à celui de leur école (Barnett & Corazza, 1993). L'approche de ce centre est donc essentiellement quantitative. Le talent mathématique est vu comme la possession d'une grande somme de connaissances et la capacité à résoudre efficacement (i.e., rapidement) des problèmes. À l'opposé de cette conception, le programme développé par l'université de Hambourg privilégie la qualité des stratégies utilisées pour résoudre les problèmes. Les élèves sont placés dans des situations de mini-recherches afin de développer leurs capacités de raisonnement logicomathématique. On retrouve donc au niveau des programmes d'enseignement la même distinction que celle faite dans la recherche en psychologie. Les enfants à haut potentiel en mathématiques sont considérés :

- soit comme étant « quantitativement » différents, c'est-à-dire ayant de meilleures performances, plus de connaissances, étant plus rapides, et les méthodes d'enseignement vont alors chercher à leur faire apprendre le même programme mais de façon accélérée ;
- soit comme étant « qualitativement » différents, c'est-à-dire ayant des processus de pensée, des stratégies de résolution différentes, et les méthodes d'enseignement vont chercher à développer leurs capacités de raisonnement.

3. Conclusion

Cette revue de la littérature permet de faire le point sur les recherches menées sur les compétences exceptionnelles en mathématiques. Elle permet de dégager un certain nombre de caractéristiques communes aux calculateurs prodiges et aux enfants précoces en mathématiques. Elle montre néanmoins que notre ignorance est encore grande tant au développement et fonctionnement cognitif de ces individus.

L'intérêt premier d'une telle revue mettant en parallèle les travaux sur les calculateurs prodigues et ceux sur les enfants à haut potentiel est donc de faire émerger ce que est commun à ces deux populations présentant toutes deux des compétences exceptionnelles dans le domaine mathématique. Tout d'abord, les descriptions des deux populations font apparaître en leur sein des sous-groupes assez similaires quant aux représentations qu'ils privilégient dans leur traitement. Ainsi, les calculateurs prodiges audiomoteurs et les enfants de type analytique s'appuient de façon privilégiée sur les codes verbaux alors que les calculateurs visuels et les enfants de type géométrique semblent préférer les codes visuels. Ensuite, on peut dégager trois grandes caractéristiques assez semblables au sein de ces deux populations :

- elles sont toutes deux fortement composées d'individus masculins ;

- aucun lien entre leurs compétences et leur QI n'a été mis en évidence bien que leur capacité en mémoire de travail évaluée par des mesures d'empan est plus élevée que la norme ;
- leurs performances reposent de façon conséquente sur la mémorisation de faits arithmétiques qu'ils récupèrent directement en mémoire.

Enfin, leurs compétences exceptionnelles ne conduisent pas nécessairement ni les calculateurs prodiges ni les enfants à haut potentiel à devenir de grands mathématiciens. Les deux populations montrent donc un ensemble non-négligeable de traits communs. Néanmoins, il est très difficile de voir quel pourrait être le lien explicatif entre les compétences des calculateurs et celles des enfants à haut potentiel, la plupart des études restant à niveau principalement descriptif (exception notable, le cas de Rüdiger Gamm).

Le second intérêt de cette revue de la littérature sur les individus ayant des compétences exceptionnelles en mathématiques est donc de montrer que les débats sur le fonctionnement cognitif de ces individus sont encore ouverts. Nous avons ainsi pu constater qu'il existait fort peu de recherches portant sur le développement des capacités calculatoires chez les calculateurs prodiges et sur le développement des habiletés mathématiques chez les enfants à haut potentiel. Nous ne savons donc toujours pas pourquoi certains individus développent des compétences exceptionnelles en mathématiques. Ceci a pour conséquence directe qu'il est fort difficile actuellement de définir clairement la ou les méthode(s) d'enseignement qui leur serai(en)t le plus profitable(s).

Des études longitudinales d'enfants dès leur plus jeune âge pourraient permettre d'avoir une évaluation du rôle des différents facteurs évoqués comme responsables d'un tel développement atypique. Cependant, de telles études sont extrêmement lourdes à mener et elles posent le problème de la détection précoce de ces enfants et des outils nécessaires pour la réaliser (cf. l'article de X. Caroff). On remarquera enfin que les recherches menées sur cette population sont faiblement reliées avec ce qui est fait sur la population générale, que ce soit du point de vue du développement des habiletés numériques ou du point de vue des modèles généraux de fonctionnement cognitif. Une direction de recherche intéressante pourrait être de tester ces modèles généraux sur les individus présentant des compétences exceptionnelles.

Remerciements

Je remercie Jacques Lautrey pour ses relectures et commentaires lors de l'élaboration de cet article.

Références

Albert, R.S., 1998. Mathematical giftedness and mathematical genius: A comparison of G.H. Hardy and Srinivasa Ramanujan. In: Steptoe, A. (Ed.). Genius and mind: Studies of creativity and temperament. Oxford University Press, New York, pp. 111–138.

Barlow, F., 1952. Mental prodigies. Greenwood Press, New York.

Barnett, L.B., Corazza, L., 1993. Identification of mathematical talent and programmatic efforts to facilitate development of talent. European Journal of High Ability 4, 48–61.

Benbow, C.P., 1986. Physiological correlates of extreme intellectual precocity. Neuropsychologia 24, 719–725.

Benbow, C.P., 1988. Neuropsychological perspective on mathematical talent. In: Obler, L.K., Fein, D. (Eds.). The exceptional brain: Neuropsychology of talent and special abilities. The Guildford Press, New York, pp. 48–69.

Benbow, C.P., Stanley, J.C., 1983. Sex differences in mathematical reasoning ability: More facts. Science 222, 1029–1031.

Benbow, C.P., Lubinski, D., Shea, D.L., Eftekhari-Sanjani, H., 2000. Sex differences in mathematical reasoning ability at age 13. Psychological Science 11 (6), 474–480.

Benbow, C.P., Stanley, J.C., Kirk, M.K., Zonderman, A.B., 1983. Structure of intelligence in intellectual precocious children and in their parents. Intelligence 7, 129–152.

Bousfield, W.A., Barry, H., 1933. The visual imagery of a lightning calculator. American Journal of Psychology 45, 353–358.

Bryan, W.-L., Lindley, E.H., 1941. On the psychology of learning a life occupation. Indiana University Press, Bloomington.

Burjan, V., 1991. Mathematical giftedness: Some questions to be answered. In: Mönks, F.J., Katzko, M.W., Van Boxtel, H.W. (Eds.). Education of the gifted in Europe: Theoretical and research issues. Swets & Zeitlinger, Amsterdam, pp. 165–170.

Dark, V.J., Benbow, C.P., 1990. Enhanced problem translation and short-term memory: Components of mathematical talent. Journal of Educational Psychology 82, 420–429.

Dark, V.J., Benbow, C.P., 1991. Differential enhancement of working memory with mathematical versus verbal precocity. Journal of Educational Psychology 83, 48–60.

Ericsson, K.A., Kinstch, W., 1995. Long-term working memory. Psychological Review 102, 211–245.

Geary, D.C., 1994. Children's mathematical development: Research and practical applications. APA, Washington.

Geary, D.C., Brown, S.C., 1991. Cognitive addition : Strategy choice and speed-processing differences in gifted, normal, and mathematical disabled children. Developmental Psychology 27, 398–406.

Hurst, L.C., Mulhall, D.J., 1988. Another calendar savant. British Journal of Psychiatry 152, 274–277.

Jensen, A.R., 1988. Speed of information processing in a calculating prodigy. Intelligence 14, 259–274.

Keating, D.P., Bobbitt, B.L., 1978. Individual and developmental differences in cognitive-processing components of mental ability. Child Development 49, 155–167.

Krutetskii, V.A., 1976. The psychology of mathematical abilities in school children. University of Chicago Press, Chicago.

Lubinsky, D., Humphreys, L.G., 1992. Some bodily and medical correlates of mathematical giftedness and commensurate levels of socioeconomic status. Intelligence 16, 99–115.

Matthysse, S., Greenberg, S., 1988. Anomalous calculating abilities and the computer architecture of the brain. In: Obler, L.K., Fein, D. (Eds.). The exceptional brain: Neuropsychology of talent and special abilities. The Guildford Press, New York, pp. 427–435.

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Gonzalez, E.J., Gregory, K.D., Garden, R.A., O'Connor, K.M. et al., 1999. TIMSS 1999 International Mathematics Report Findings from IEA's Repeat of the Third International Mathematics and Science Study at the Eighth Grade. Boston College International Study Center, Boston.

O'Boyle, M.W., Alexander, J.E., Benbow, C.P., 1991. Enhanced right hemisphere activation in the mathematically precocious: A preliminary EEG investigation. Brain and Cognition 17, 138–153.

O'Boyle, M.W., Benbow, C.P., 1990. Enhanced right hemisphere involvement during cognitive processing may relate to intellectual precocity. Neuropsychologia 28, 211–216.

O'Boyle, M.W., Hellige, J.B., 1989. Cerebral hemispheric asymmetry and individual differences in cognition. Learning and Individual Differences 1, 7–35.

Pesenti, M., Seron, X., Samson, D., Duroux, B., 1999. Basic and exceptional calculation abilities in a calculating prodigy : A case study. Mathematical Cognition 5 (2), 97–148.

Pesenti, M., Zago, L., Crivello, F., Mellet, E., Samson, D., Duroux, B. et al., 2001. Mental calculation in a prodigy is sustained by right prefrontal and medial temporal areas. Nature Neuroscience 4 (1), 103–107.

Robinson, N.M., Abbott, R.D., Berninger, V.W., Busse, J., 1996. The structure of abilities in math-precocious young children: Gender similarities and differences. Journal of Educational Psychology 88 (2), 341–352.

Sacks, O., 1985. 1992 pour la traduction. L'homme qui prenait sa femme pour un chapeau. Seuil, Paris.

Shavinina, L.V., 1999. The psychological essence of the child prodigy phenomenon: Sensitive periods and cognitive experience. Gifted Child Quarterly 43 (1), 25–38.

Siegler, R.S., Kotovsky, K., 1986. Two levels of giftedness: Shall ever the twain meet? In: Sternberg, R.J., Davidson, J.E. (Eds.). Conceptions of giftedness. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 417–435.

Smith, S.B., 1983. The great mental calculators: The psychology, methods, and lives of calculating prodigies, past and present. Columbia University Press, New York.

Smith, S.B., 1988. Calculating prodigies. In: Obler, L.K., Fein, D. (Eds.). The exceptional brain: Neuropsychology of talent and special abilities. The Guilford Press, New York, pp. 19–47.

Staszewski, J.J., 1988. Skilled memory and expert mental calculation. In: Chi, M.T.H., Glaser, R., Farr, M.J. (Eds.). The nature of expertise. LEA, Hillsdale, pp. 71–128.

Stevenson, H.W., Chen, C., Lee, S.Y., 1993. Mathematic achievement of Chinese, Japanese, and American children: Ten years later. Science 259, 53–58.

Stevenson, H.W., Lee, S., Chen, C., Lummis, M., Stigler, J.W., Liu, F. et al., 1990. Mathematic achievement of children in China and the United States. Child Development 61, 1053–1066.

Stevenson, H.W., Lee, S., Mu, X., 2000. Successful achievement in mathematics: China and the United States. In: van Lieshout, C.F.M., Heymans, P.G. (Eds.). Developing talent across the life span. Psychology Press, Hove, pp. 167–183.

Stevenson, H.W., Stigler, J.W., 1992. The learning gap: Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education. Summit Books, New York.

Sternberg, R.J., Davidson, J.E., 1986. Conceptions of giftedness: A map of the terrain. In: Sternberg, R.J., Davidson, J.E. (Eds.). Conceptions of giftedness. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 3–18.

Terman, L.M., 1954. The discovery and encouragement of exceptional talent. American Psychologist 9, 221–230.

Tocquet, R., 1957. The magic of numbers. Barnes, New York.

Vaidya, S., Chansky, N., 1980. Cognitive development and cognitive styles as factors in mathematics achievement. Journal of Educational Psychology 72, 326–330.

Werderlin, I., 1958. The mathematical ability. Gleerups, Lund.

Wieczerkowski, W., Cropley, A.J., Prado, T.M., 2000. Nurturing talent/gifts in mathematics. 2nd Edition. In: Heller, K.A., Mönks, F.J., Sternberg, R.J., Subotnik, R.J. (Eds.). International handbook of giftedness and talent. Elsevier, Amsterdam.

Zago, L., Pesenti, M., Tzourio-Mazoyer, N., 2001. Rüdiger Gamm, calculateur prodige. La Recherche 344, 66–68.